

Die Seilschleuder

Warum steht ein weiches Seil starr in der Luft?

Vor Dir schwebt ein Seilbogen in der Luft, wendet sich zum Tisch, dort liegt das Seil in Schlaufen und wird dann von einem Rollenpaar geschluckt - jetzt erkennst Du: Das Seil läuft mit hoher Geschwindigkeit, angetrieben von den Rollen, im geschlossenen Kreis.

Mit einem beweglichen Hebel kannst Du die Auswurfrichtung der Rollen verändern und dadurch die Form des schwebenden Seilbogens beeinflussen. Er steigt am höchsten, wenn das Seil senkrecht nach oben ausgeworfen wird. Drückst Du Ausbuchtungen in den Seilbogen, bleibt deren Form anschließend meist erhalten.

Zentrifugalkräfte halten Seilbögen



Du weißt, dass ein Körper nach außen zieht, wenn man ihn an einer Schnur im Kreis schleudert. Das ist die Zentrifugalkraft. Sie entsteht, weil ein bewegter Körper ohne Kräfteinwirkung seine augenblickliche Bewegungsrichtung behalten würde. Um eine Kreisbahn zu erzwingen, also eine fortwährende Richtungsänderung, musst Du der Zentrifugalkraft entgegen an der Schnur nach innen ziehen.

Das Seil der Seilschleuder hat weder Anfang noch Ende. Es muss also über einen oder mehrere Bögen in sich zurücklaufen. In jedem Bogen wirken Fliehkräfte nach außen, die umso größer sind, je schneller sich das Seil bewegt. Diese Kräfte wirken der Schwerkraft entgegen und so kann es in der Luft schweben.

Die Zentrifugalkraft ist eine spezielle Form der **Trägheitskraft**. Allgemein gilt: Ein Körper ändert seinen Bewegungszustand, also Geschwindigkeit oder / und Richtung dann, und nur dann, wenn eine Kraft auf ihn wirkt. Dies drückt das Kraftgesetz von Isaac Newton (1643 - 1727) aus, mit dem er die neuzeitliche Physik begründet hat:

Pirmasens, den 02/03/2010
Arbeitskreis Didaktik
Christian-Uwe Neu
Dr. Rudolf Ahrens-Botzong

Kraft = Masse * Beschleunigung

Beschleunigung meint die Änderung der Geschwindigkeit (in Größe oder / und Richtung) pro Zeiteinheit. Du wirst verstehen, dass zur Anwendung des Kraftgesetzes mathematische Kenntnisse und Vertrautheit mit physikalischen Maßsystemen nötig sind.

Die **Auswurfrichtung der Antriebsrollen** beeinflusst die Form des Seilbogens wesentlich, weil diese Richtung ortsfest von außen aufgezwungen wird. Umlenkung ist nur durch Kraftübertragung aus dem nachfolgenden Seilabschnitt und durch Schwerkraft möglich. Verstelle den Hebel und beobachte, welchen Einfluss die Auswurfrichtung hat.

Das Verhalten der Seilschleuder wird durch zwei Randbedingungen, die Gesamtlänge und die Umlaufgeschwindigkeit des Seils, sowie ein **Kräftegleichgewicht** bestimmt: Die Summe aller Trägheitskräfte unter Berücksichtigung ihrer Richtung (mathematisch die Vektorsumme), muss gleich der Schwerkraft des schwebenden Seils sein. Solche übergreifenden Randbedingungen und Gleichgewichte erleichtern die theoretisch-physikalische Beschreibung komplexer Systeme.

Womit kann man die Seilschleuder vergleichen?

Beschreibung als Welle

Im Bild oben siehst Du Ausbuchtungen entlang des Seils. Mit dem Finger oder einem harten Gegenstand kannst Du sie beliebig erzeugen. Ihre Form bleibt anschließend meist erhalten. Das erklärt sich so: Das schwebende Seil wird durch die Fliehkräfte gespannt. Wie bei jedem gespannten Seil kann man durch rasche Auslenkung eine Welle auslösen, die sich dem Seil entlang in beide Richtungen ausbreitet. Bewegt sich das Seil nun mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Welle, aber entgegengesetzt, bleibt die Welle für einen außen stehenden Beobachter am Ort. Bei der Seilschleuder ist dies immer der Fall, wie weiter unten theoretisch begründet wird.

Wenn Du Dich für Physik interessierst, fällt Dir nun was auf: Bögen und Ausbuchtungen entlang des Seils wurden hier als Auswirkung von Fliehkräften erklärt und dann als Wellen. Das ist kein Widerspruch, dahinter stehen die gleichen Gesetzmäßigkeiten. Solche mehrfachen Beschreibungsmöglichkeiten gibt es häufig in der Physik, jede bietet neue Einsichten und Verknüpfungen.

Wellenausbreitung in strömendem Wasser

Siehe auch:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Wasserwelle>
<http://de.wikipedia.org/wiki/Froude-Zahl>
<http://de.wikipedia.org/wiki/Wassersprung>

Wir betrachten einen Bach: Ist die Strömungsgeschwindigkeit höher als die Wellengeschwindigkeit (schießendes Wasser) und folgt ein Abschnitt mit tieferem Wasser, wo die Strömungsgeschwindigkeit kleiner als die Wellengeschwindigkeit ist, können sich Wellen von unten her nur bis zum Übergang ausbreiten. Hier überlagern sie sich zu einem Wasserberg, auch **Wassersprung** oder Wechselsprung genannt. Das Gleiche kann man bei Übergängen von starkem zu geringem Gefälle beobachten.

Betrachte große Brunnenanlagen genau, wahrscheinlich findest Du dort solche Wassersprünge. Bug- und Heckwellen von Schiffen entstehen auf ähnliche Weise. Flugzeuge mit Überschallgeschwindigkeit ziehen Druckwellen hinter sich her, den Überschallknall.

Physikalisch nennt man solche Sprünge eine **Stoßwelle** oder **Stoßfront**. Man kann also eine ortsfeste Ausbuchtung im schwebenden Seil der Seilschleuder als Stoßwelle auffassen, weil hier die Wellen- und die Seilgeschwindigkeit (entspricht der Strömungsgeschwindigkeit) immer gleich sind.

Warum fällt das Seil nicht in sich zusammen?

Theorie zur Seilschleuder

Man kann den Bogen, den das Seil in der Luft zieht, als Abfolge von Kreisbögen mit örtlich verschiedenen Radien auffassen. Ein Masseelement **dm** erfährt auf einem Kreisbogen mit dem Radius **r** bei einer Umfangsgeschwindigkeit (Seilgeschwindigkeit) **u** eine radiale Fliehkraft:

$$dF = dm u^2 / r \quad (\text{aus physikalischer Formelsammlung})$$

Bezeichnet **q** die Masse des Seils je Längeneinheit und **dα** den Zentralwinkel des Kreisbogenabschnitts **ds**, folgt für das Masseelement:

$$dm = q ds = q r d\alpha \quad (\text{Winkel im Bogenmaß})$$

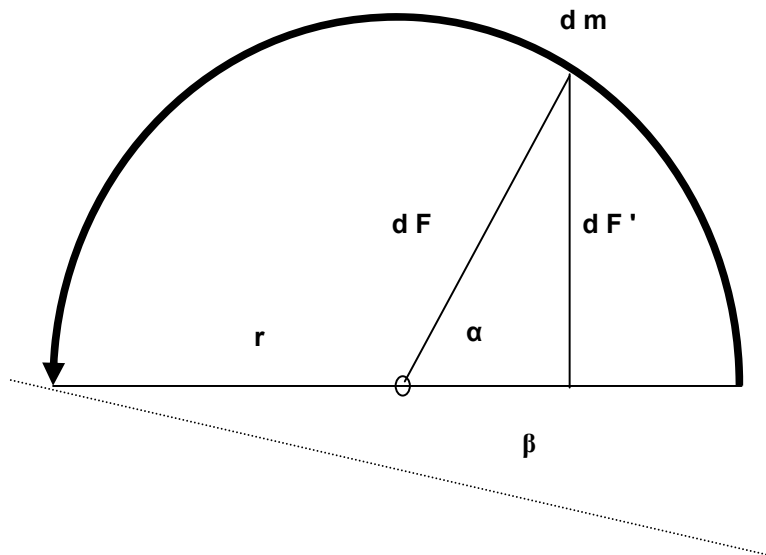
Damit folgt

$$dF = q u^2 d\alpha$$

Die Fliehkraft-Komponente **dF'** senkrecht zur Grundlinie des Kreisbogens ist

$$dF' = q u^2 \sin \alpha d\alpha$$

Folgende Skizze veranschaulicht die Situation:



Der zum Zentralwinkel $(\alpha_2 - \alpha_1)$ des Kreisbogens gehörende Teil des umlaufenden Seils erzeugt senkrecht zur Grundlinie des Kreisbogens folgende Kraft:

$$F' = q u^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \, d\alpha = q u^2 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad [\text{Gl. 1}]$$

Für einen Viertelkreis, das heißt $\alpha_1 = 0$ und $\alpha_2 = \pi/2$, folgt daraus:

$$F_{\text{Viertelkreis}} = q u^2 \quad [\text{Gl. 2}]$$

Mit dieser einfachen Formel kann man die Fliehkräfte entlang des Seillaufs abschätzen, wenn man diesen näherungsweise in Viertelkreisbögen unterteilt und die Orientierung der Grundlinien beachtet.

Erweiterte Betrachtung:

Ist die Grundlinie eines Kreisbogenabschnitts um den Winkel β gegen die zu betrachtende Richtung verdreht, trägt er zur Gesamtkraft in diese Richtung folgenden Term bei (siehe Skizze):

$$q u^2 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \cos \beta$$

Wendet man die Multiplikationsregel für Kosinusfunktionen an (siehe mathematische Formelsammlung) und unterteilt man den Seillauf in i Kreisbogenabschnitte, ergeben sich für die Gesamtkraft $2 i$ Terme. Deren Summe lässt sich darstellen als:

$$\mathbf{F}_{\text{gesamt}} = q u^2 * \mathbf{f}_i \quad ; \quad f_i \equiv \sum_i \cos \varphi_i \quad [\text{Gl. 3}]$$

Die Ermittlung des dimensionslosen Faktors f_i erfordert eine geometrische Analyse des Seillaufs, bezogen auf die gewählte Basislinie.

Wichtiges Teilergebnis:

Aus den Gleichungen [2 und 3] folgt: Die gesamte auf einen Kreisbogenabschnitt des Seillaufs wirkende Fliehkraft hängt nur ab von der Seilgeschwindigkeit u , nicht aber vom Radius des Kreisbogenabschnitts. Somit ist kein Kreisbogenabschnitt gegenüber einem anderen ausgezeichnet, jeder einmal entstandene Bogen sollte stabil sein.

Wie groß kann eine Seilschleufe werden?

Spezialfall Seillauf mit Tisch-Schleufe:

Nur ein Teil des Seils wird durch die Luft geschleudert. Der andere Teil wird über den Tisch gezogen. Dadurch entsteht ein Bogen, der glatt oder gewellt ist. Die Gesamtlänge des umlaufenden Seils sei L . Das Teilstück l formt den Bogen oberhalb der Tischplatte und das Teilstück $(L - l)$ wird als Schleufe über die Tischplatte gezogen.

Die resultierende vertikale Fliehkraft auf das Teilstück l entspricht der Fliehkraft, die auf einen Halbkreis wirken würde. Sie muss gleich dem Gewicht des Teilstücks l sein. Das ergibt gemäß Gleichung [2]:

$$2 q u^2 = l q g \quad ; \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2 \text{ Erdbeschleunigung}$$

Steigt das Seilstück l hinter der Antriebsrolle senkrecht auf, formt einen Halbkreis, läuft senkrecht nach unten zurück und trifft auf Höhe der Antriebsrolle die Tischplatte, dann ist die **maximale Steighöhe** $h = l/2$, bzw.

$$h = u^2 / g$$

Wichtiges Teilergebnis:

Die Seilmasse q je Längeneinheit beeinflusst nicht die maximale Steighöhe h des Seils! Das ergibt sich, weil sowohl die Fliehkraft wie auch das Gewicht in gleicher Weise von der Masse abhängen.

Spezialfall Seillauf ohne Tisch-Schlaufe:

Nun ist dem Seil auf seiner Bahn kein Tisch mehr im Weg. Bei hoher Seilgeschwindigkeit bildet der Seillauf einen frei schwebenden Ring - abgesehen von den Antriebsrollen. Die allseits nach außen wirkenden Fliehkraft versteinern den Ring. Würde das Seil reißen, schleudern die Enden herum und könnten zu Verletzungen führen. Deshalb ist dieser Spezialfall im DYNAMIKUM nicht realisiert.

Er wird hier der Vollständigkeit wegen betrachtet. Die resultierende vertikale Fliehkraft am Seilring muss seinem Gewicht gleich sein. Gemäß Gleichung [3] ergibt sich:

$$q u^2 * f_i = L q g \quad \text{bzw.} \quad f_i = L g / u^2$$

Der Geometriefaktor f_i ist hier auf eine horizontale Basislinie bezogen. In der Seilring-Ebene gibt es keine horizontale Vorzugsrichtung, der Seilring ist daher links-rechts-symmetrisch. Werden die horizontalen Fliehkraft vom Betrag größer als das Gewicht, schwindet dessen Einfluss, es gibt keine Vorzugsrichtung mehr, der Seilring nähert sich darum einer Kreisform.

Wieso aber bleibt eine Beule, die man in das bewegte Seil eindrückt, erhalten?

Seilbögen als elastische Transversalwellen:

Siehe auch:

<http://de.wikipedia.org/wiki/Schallgeschwindigkeit>

<http://de.wikipedia.org/wiki/Schubmodul>

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer elastischen Transversalwelle ist durch folgende Lehrbuchformel

gegeben:

$$c = \sqrt{G / \text{Materialdichte}}$$

Der Schubmodul G [N / m²] entspricht jener seitlichen Kraft auf die Querschnittseinheit eines elastischen Stabes, die ihn um eine Winkeleinheit zur Seite biegt.

Überträgt man diese Definition sinngemäß auf einen durch Fliehkräfte gespannten Seillauf, ergibt sich dessen Schubmodul als:

$$G \equiv dF / d\alpha = q u^2$$

Setzt man diesen Ausdruck in die obige Formel ein und substituiert zum Dimensionsausgleich die Materialdichte durch die Seilmasse q je Längeneinheit, ergibt sich:

$$c = u \quad [Gl. 4]$$

(Beachte: Gl. 4 wurde hier nicht formal sondern durch Analogieschluss abgeleitet.)

Das bedeutet, dass sich eine seitliche Auslenkung, d.h. Welle, genauso schnell über das Seil bewegt, wie dieses umläuft. Allerdings bewegt sie sich in umgekehrter Richtung als die Laufrichtung des Seils. Für den aussenstehenden Beobachter erscheint die Auslenkung dadurch ortsfest. Das gilt gemäß Gleichung [4] für jede Umlaufgeschwindigkeit!

Liste weiterführender Literatur

- GREN, J.; KRAUSE, J. (Hrsg) (1998): Metzler Physik, - Schroedel Verlag GmbH, Hannover
KNERR, R. (1999): Lexikon Physik, - Gütersloh/München 1999
TIPLER, A. P.; MOSCA, G. (2009): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, - Spektrum Akad. Verl. Heidelberg